Boundary Field Problems and Computer Simulation
doi: 10.7250/bfpcs.2017.006
2017 /56
1862 RIGA TECHNICAL UNIVERSITY

From Pythagoras to Archimedes

No Pitagora līdz Arhimēdam

Aleksandrs Kovancovs[1], Inta Volodko[2]
[1–2]Rīgas Tehniskā universitāte, Latvija

***Kopsavilkums* – Matemātikas vēsturē minēti daudzi slaveni vārdi, par kuriem var arī daudz stāstīt. Šoreiz būs runa par dažiem izciliem sengrieķu matemātiķiem: Talesu, Pitagoru un Arhimēdu. Milētas Talesu var uzskatīt par mūsdienu matemātikas tēvu. Viņa galvenais nopelns matemātikā bija ideja par matemātisko pierādījumu. Mūsdienu matemātika daudz aizguvusi arī no Pitagora. Pitagora vadībā matemātika kļuva par zinātni tādā nozīmē, kā to saprotam šodien, t. i., matemātika sāka darboties ar abstraktiem skaitļiem un ģeometriskām figūrām. Pitagorieši nostiprināja matemātiskā pierādījuma ideju, pētīja sakarības starp skaitļiem un nonāca pie iracionālo skaitļu jēdziena, bez kā mūsdienu matemātika nav iedomājama, kā arī lika pamatus regulāro daudzskaldņu teorijai. Ģeniāls senās pasaules matemātiķis ir Sirakūzu Arhimēds. Viņš atklāja sviras likumu, izgudroja bloku sistēmu, kā arī skrūves lielu smagumu pacelšanai. Arhimēds bija ne tikai dižens matemātiķis, bet arī izcilākais senās pasaules tehniķis, kura vadībā salīdzinoši neliels ļaužu pulks ilgā laika posmā spēja pretoties daudziem tūkstošiem bruņotu vīru.**

***Atslēgas vārdi* – Arhimēds, matemātikas vēsture, Pitagors, Taless.**

I. Ievads

Par Senās Grieķijas matemātiku var runāt bezgalīgi ilgi. Desmitiem izcilu vārdu, no kuriem katrs jebkuram matemātikas vēstures cienītājam skan kā mūzika; desmitiem matemātikas darbu, no kuriem katrs, iespējams, ir ne mazāk aizraujošs kā piedzīvojumu romāns vai zinātniski fantastisks stāsts. Nosaucot vienu, grūti atturēties nenosaukt pārējos. Taču, lai izceltu galveno, nāksies kaut ko upurēt.

Jautājot matemātikas vēsturniekiem, kurus trīs Senās Grieķijas matemātiķus tie uzskata par visizcilākajiem, droši vien pārsvarā atbilde būtu: Eiklīds, Arhimēds, Apollonijs. Tie tiešām ir trīs senās matemātikas vaļi, un nekāda, pat ļoti skopa informācija par seno pasauli un tās zinātni nav iespējama, nepieminot šos trīs vārdus.

Eiklīds bija kā fokuss, kurā koncentrējās visa tā laika matemātika, un viņa "Sākums" bija viena no vispopulārākajām grāmatām divarpus tūkstošu gadu garumā, skaitot no tās izdošanas brīža.

Arhimēds – ģeniāls mehāniķis un ģeometrs, kuru ar pilnām tiesībām var uzskatīt par bezgalīgi mazo lielumu teorijas radītāju, t. i., teorijas, uz kuras balstās visa mūsdienu matemātika.

Apollonijs – konisko šķēlumu teorijas radītājs. Ar tā saucamās ģeometriskās algebras metodēm, ļoti smagas un ļoti neērtas algebras (bet neko citu senie grieķi diemžēl nezināja), Apollonijs mācēja attīstīt šo teoriju tā, ka mūsdienu augstskolās, izmantojot daudz modernākas metodes, diezgan ilgā laika posmā ir iespējams aplūkot tikai nelielu šīs teorijas daļu.

Senajā pasaulē matemātika pēc minētajiem trim ģeometriem turpināja attīstīties, taču vairs ne tik intensīvi kā iepriekš. Tas pārsvarā bija komentētāju laiks, kaut gan arī tad bija sastopami izcili un oriģināli zinātnieki. Pietiek nosaukt, piemēram, Aleksandrijas Diofantu (3. gs. m. ē.).

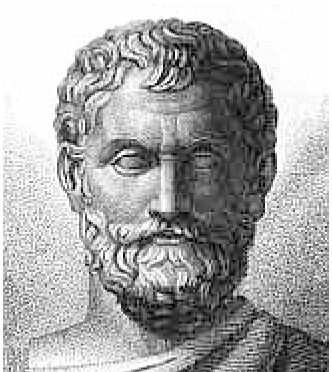
2. gadsimtā p. m. ē. Grieķiju pakļāva Roma. Tas zināmā mērā veicināja zinātnisko sasniegumu attīstības tempu palēnināšanos. Romieši pilnībā neuztvēra abstrakto grieķu matemātiku un savos pētījumos galvenokārt aprobežojās tikai ar praktiski lietderīgiem algoritmiem un likumiem. Neskatoties uz to, viņi netraucēja grieķiem nodarboties arī ar matemātiskām abstrakcijām.

Mūsu ēras 5. gadsimtā barbaru iebrukumu rezultātā Rietumromas impērija beidza savu pastāvēšanu. Sākās viduslaiku laikmets.

Taču šoreiz stāsts būs par trim izciliem grieķu matemātiķiem – Talesu, Pitagoru un Arhimēdu.

II. Taless

Par mūsdienu matemātikas tēvu pelnīti var uzskatīt izcilo sengrieķu matemātiķi Milētas Talesu[1] (1. att.). Talesu dēvēja par Milētas Talesu, jo viņš bija cēlies no bagātas senās pilsētas Milētas, kas atradās Mazāzijā. Milēta bija grieķu provinces Jonijas centrs, tāpēc filozofijas skola, kuru nodibināja un vadīja Taless, vēsturē pazīstama kā Jonijas skola.



1. att. Taless.

Galvenais Talesa nopelns matemātikā bija viņa ideja par matemātisko pierādījumu. Mūsdienās šī ideja caurstrāvo visu matemātiku.

Stāsta, ka Taless labi zinājis līdzīgu trīsstūru īpašības un pratis ar to palīdzību aprēķināt, piemēram, attālumu līdz kuģiem jūrā. Un, kas bijis pavisam negaidīti – atrodoties Ēģiptē, viņš izmērījis Heopsa piramīdas augstumu, pat neuzkāpjot tajā.

...Nesaudzīga Āfrikas saule gāza no debesīm neciešami karstu žilbinošu staru kūli. Viss dzīvais slēpās ēnā. Tālumā, uz

[1] https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=11037570

horizonta, dzeltenos biezu smilšu putekļu dūmos gulēja bezgalīgs Lībijas tuksnesis. Tuvumā, biezos papirusa brikšņos, kuri slēpa svētās Hapi upes krastus, sastinga krokodilu un hipopotamu kroplīgās maskas [1].

Ēģipte… Dīvaina, nesaprotama, noslēpumaina, iztēli kaitinoša un neapturami vilinoša zeme. Mīklaina tauta, kas nav līdzīga nevienai citai Oikumenas tautai. Kad un kā tā nokļuva šajā pasakainajā ielejā? Kā tā izauklēja savu pārsteidzošo, neatkārtojamo civilizāciju? No kurienes tā ņēma spēku, lai uzceltu šīs gigantiskās, iztēli pārsteidzošās piramīdas, lai no milzīgas klints izgrebtu šo fantastisko, tūkstošus neuzminētu noslēpumu slēpjošo puslauvu, puscilvēku?

Stāvot Izīdas tempļa augsto kolonnu ēnā, Taless ar alkatīgu ziņkārību vēroja neaptveramā tuksneša žilbinošo dzeltenumu un sfinksu ar tik necilvēcīgi gudru un mūžīgu seju. Nu jau pagājuši divi gadi, kopš viņš no dzimtās Milētas ieradās šajā zemē, lai atklātu tās noslēpumus, daudzu gadsimtu kultūras noslēpumus [2].

Ne Sīrija, ne Babilona neizbrīnīja un nepārsteidza viņu tā, kā pārsteidza šī viņa priekšā guļošā zeme. Tur viss bija vienkārši, šeit – pavisam savādāk. Citi dievi, citi cilvēki, citi uzskati par apkārtējo pasauli. Viņš uzzināja, ka šī strādīgā tauta ilgus gadsimtus pa kripatai vāca savas apbrīnojamās zināšanas. Šīs zināšanas tika glabātas tempļu un valsts krātuvēs. To glabātāji bija priesteri, un smags sods gaidīja tos drosminiekus, kuri kaut domās gribēja pieskarties šiem dārgumiem.

Taless atcerējās, kā vienā no tikpat karstām, saulainām dienām viņš kopā ar galveno tempļa priesteri gāja garām Heopsa piramīdai.

– Vai kāds zina, kāds ir šīs piramīdas augstums? – viņš jautāja priesterim.

– Nē, mans dēls, – atbildēja priesteris. – Senie papirusi mums to neatklāj, bet mūsdienu zināšanas neļauj mums pat aptuveni spriest par to.

– Un tomēr to var noteikt precīzi tūlīt pat.

– Dievi ir liecinieki tam, ka tu kļūdies, mans dēls, – ar neuzticību teica Izīdas priesteris. – Kas tev dod pamatojumu runāt par to ar tādu pārliecību?

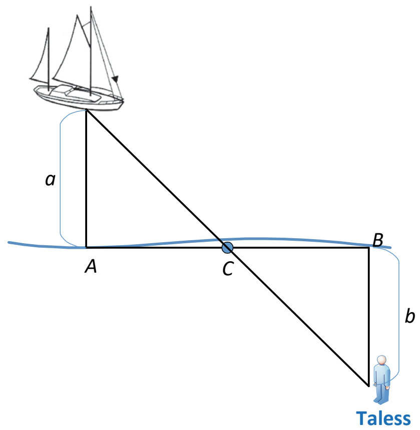
– Līdzīgu trīsstūru īpašības, – atbildēja Taless. – Lūk, skaties. Mans augums ir 3 Babilonijas cara elkoņi. Bet šeit ir mana ēna. Redzi, galvas ēna stiepjas tieši līdz tam akmenim. Es izmēru attālumu no pēdas vidus līdz akmenim. Tas arī ir 3 Babilonijas cara elkoņi. Un, lai kādu priekšmetu tu paņemtu, tagad, tieši šajā dienas laikā, šī priekšmeta ēna, ja to novieto vertikāli, sakrīt ar priekšmeta garumu. Pats šāds vertikāli novietots priekšmets un tā ēna veido vienādsānu taisnleņķa trīsstūri. Nu tad zini, ka visi vienādsānu taisnleņķa trīsstūri ir līdzīgi viens otram. Bet tagad skaties, cik tālu sniedzas piramīdas ēna. Nomērīsim šīs ēnas garumu, sākot no piramīdas pamata, pieskaitīsim tam pusi no pamata garuma un iegūsim piramīdas augstumu. Ievēro to, ka piramīdas pamats ir kvadrāts, bet ēna ir perpendikulāra šī kvadrāta malai.

No sava baltā hitona apakšas Taless izvilka tievu auklu, kura ar mezgliem bija sadalīta vienādās daļās. Attālums starp diviem tuvākajiem mezgliem bija vienāds ar vienu Babilonijas elkoni (mūsdienu mērvienībās 555 mm). Viņš nekad nešķīrās no šīs auklas kopš tiem laikiem, kad pēc Nīlas izkāpšanas no krastiem caurām dienām kopā ar garpedonaptiem klejoja pa vēl nenožuvušo zemi un kopā ar tiem, mācoties no viņiem un vienlaicīgi mācot viņus, dalīja gabalos ar auglīgām dūņām klātos laukus.

Taless nostiprināja virves galu pie ēnas beigām un novilka to līdz piramīdas tuvākajai pamata malai. Sanāca 50 elkoņu. Šim skaitlim pieskaitot 207 elkoņus – pusi no jau iepriekš priesteru izmērītā pamata malas garuma, viņš piegāja pie pacietīgi gaidošā priestera.

– 257 elkoņi. Tieši tik liels ir piramīdas augstums.

Izīdas tempļa galvenais priesteris bija satriekts. – Svešzemniek! Es redzu, ka tu esi gudrs un pieredzējis. Tu redzi to, kas dažreiz mums ir apslēpts. Tu daudz ko esi spriedis un daudz kur iedziļinājies. Taču tavas zināšanas nav smeltas no Ēģiptes gaišajiem dieviem. No haldiešu kabalistiem un sīriešu burvjiem tu pārņēmi lietu būtības noslēpumu zināšanas. Sargies no šīm zināšanām! Jo daudzas tavas zaimojošās zināšanas nav dieviem tīkamas. Daudz kam no tā, ko tu zini, jābūt apslēptam, mirstīgajiem nepieejamam. – Pagriezis Talesam muguru, priesteris ātri devās projām un drīz pazuda zem Izīdas tempļa augstā portāla.



2. att. Shēma attāluma līdz kuģim noteikšanai.

…Līdzīgu trīsstūru īpašības Taless izmantoja arī, lai noteiktu attālumu līdz kuģiem jūrā. Šim nolūkam viņš paralēli krastam novilka bāzi (2. att. shēmā tas ir nogrieznis *AB*) tā, lai taisne, kas savienoja bāzes galu ar kuģi, būtu perpendikulāra bāzei (2. att.). Bāzes vidū lika kādu stabiņu (punkts *C*). Taless gāja pa bāzes perpendikulāri tik ilgi, kamēr viņš, šis stabiņš un kuģis atradās uz vienas taisnes. Tad viņa noietais attālums (*b*) bija vienāds ar attālumu līdz kuģim (*a*).

Stāsta, ka dzīvē Taless bijis tāds cilvēks, par kuru saka, ka viņš nav no šīs pasaules. Kādreiz naktī Taless gājis pa lauku un, augstu pacēlis galvu, vērojis zvaigžņoto debesi. Viņš nebija pamanījis priekšā atrodošos bedri un iekritis tajā. Blakus ejošā verdzene nav noturējusies un sarkastiski teikusi: “Kā tu vari zināt, kas notiek debesīs, ja tu nezini, kas atrodas tev zem kājām!?”

Sevišķi slavens Taless kļuva kā saules aptumsuma pareģotājs. Stāsta, ka tajā laikā notikusi kauja starp divām naidnieku armijām. Karotājus satricinājis ne tik daudz pats aptumsums, kā tas, ka parasts cilvēks var tik precīzi paredzēt šo parādību. Viņi nekavējoties apturējuši cīņu un noslēguši mieru. Atdarināšanas cienīgs piemērs!

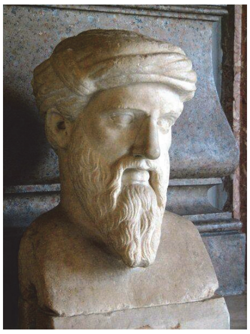
…Tagad – par matemātiskā pierādījuma ideju. Kādi iemesli lika Talesam nonākt pie šādas idejas? Atbilde uz šo jautājumu var būt tikai pieņēmums, taču – ļoti ticams pieņēmums.

Matemātika – tik ļoti atšķirīga no citām zinātnēm, un tajā pašā laikā līdzīga tām. Tāpat kā citās zinātnēs, arī matemātikā darbojas loģikas likumi. Tas ir saprotams, jo gan zinātnes, gan pašu loģiku ir radījusi apkārtējā realitāte. Loģikas kā vispārīgas zinātnes par domāšanas likumiem toreiz vēl nebija, tā tikai sāka veidoties, lai pēc trim gadsimtiem pārliecinoši nostiprinātos Aristoteļa darbos. Taču ar to, ko zināja filozofi 7. gs. p. m. ē., bija pietiekami, lai spriestu tādās kategorijās, kuras mēs tiem piedēvēsim. Tā, piemēram, mēs nosakām, ka A ir lielāks par B un B ir lielāks par C. Tad nav jājautā apkārtējai pasaulei, kāda ir saistība starp A un C, – tad uzreiz varam pateikt, ka A ir lielāks par C. Turklāt nav nekādas nozīmes, vai lielumi A, B, C ir matemātiski vai jebkāda cita veida lielumi. Ne-matemātikā attieksme "lielāks" var būt, piemēram, vecuma attieksme (ja A ir vecāks par B un B ir vecāks par C, tad A ir vecāks par C), bet matemātikā šai attieksmei var būt tīri matemātiska nozīme. Piemēram, ja nogrieznis A ir garāks par nogriezni B un B ir garāks par C, tad A ir garāks par C. Taču tādā gadījumā matemātikā no apkārtējās pasaules mēs varam ņemt tikai daļu no informācijas, bet pārējo daļu iegūt "galvā" spriedumu un pierādījumu veidā.

Tās patiesības, kuras mēs iegūstam tieši no apkārtējās vides, sauc par **aksiomām**. Savukārt patiesības, kuras iegūstam ar loģisku spriedumu palīdzību, sauc par **teorēmām**. Mēs nezinām, tieši kādas aksiomas noformulēja Taless, tāpat arī nezinām, kā Taless pierādīja savas pirmās teorēmas. Vēlāku autoru darbi liecina, ka Taless it kā esot pierādījis šādas teorēmas:

1) diametrs sadala riņķi divās kongruentās daļās;
2) vienā riņķī jebkura horda ir īsāka par diametru;
3) vertikālie leņķi ir savstarpēji vienādi;
4) trīsstūri var pilnībā definēt, uzdodot vienu malu un divus tai piegulošos leņķus.

Mēs nevaram ar pilnu pārliecību apgalvot, ka šīs teorēmas tiešām pierādījis Taless. Dažos gadījumos Talesam piedēvē teorēmas, balstoties tikai uz "veselo saprātu". Piemēram, Taless nevarētu noteikt attālumu līdz kuģim jūrā, ja nezinātu 4. punktā formulēto patiesību. Šādas "piedēvēšanas" tika izdarītas iepriekš un tiek izdarītas arī tagad.



3. att. Pitagora krūšutēls, Kapitolija muzejs, Romā.

III. Pitagors

Talesa jaunākais laikabiedrs bija Pitagors no Samosa salas, kuru tāpēc arī sauca par Samosas Pitagoru (3. att.).

Mums nav pilnas pārliecības par to, kas bija īstais Pitagors, ja viņš patiešām bija.

Ja viņš patiešām bija…? Vai par to ir šaubas? Ir. Iespējams, ka senajos laikos eksistēja liela matemātikas skola, kuras sekotāji visus savus atklājumus piedēvēja vienai personai, kuru nosauca par Pitagoru.

Arī mūsdienās zināmi tādi gadījumi. Piemēram, franču matemātiķu grupa izdod savus darbus, un kā to autoru norāda Nikolasu Burbaki (*Nicolas Bourbaki*). Patiesībā tāds Burbaki neeksistē, taču viņa darbi, kā redzams, ir.

Kāpēc tad mēs šaubāmies tieši par Pitagora eksistenci, bet ticam citu seno laiku zinātnieku eksistencei? Lieta tāda, ka par Pitagoru stāsta tik daudz dažādu leģendu, ka ticēt tām ir vienkārši neiespējami. Tāpēc pati par sevi rodas doma – vai eksistēja cilvēks, par kuru to stāsta. Spriediet paši! Stāsta, ka reiz Pitagors piegājis pie upes. Tajā pašā mirklī upe izgājusi no krastiem (pēc citas versijas – upe pacēlusies visā tās garumā) un saukusi: "Slava Pitagoram!" Piekrītiet, ir iemesls šaubām [3].

Neskatoties uz iepriekš teikto, mēs stāstīsim par Pitagoru, pieņemot, ka tāds cilvēks tiešām eksistēja un tiešām paveica to, ko viņam pieraksta. Pieminēsim, ka neviens Pitagora darbs līdz mūsdienām tā arī nav nonācis. Taču tas, ko par Pitagora darbību stāsta vēlākie autori, ir avots, no kura daudz ko aizguvusi mūsdienu matemātika.

Tagad iztēlē pārcelsimies uz senās Grieķijas pilsētu Metapontu 6. gs. līdz mūsu ērai. ...Naksnīgās Metapontas miegaino klusumu pārtrauca griezīgs kliedziens. Bija dzirdama smaga ķermeņa kritiena skaņa, skrejošu kāju dipoņa, un tad viss apklusa. Kad uz notikuma vietu atsteidzās naktssardze, tā lāpas plīvojošā gaismā ieraudzīja uz zemes izstiepušos sirmgalvi. Viņa krūtīs rēgojās rēta, iecirsta ar abpusēji griezīgu ieroci. Pie sirmgalvja pietupies sēdēja gadus divpadsmit vecs zēns un gauži raudāja.

– Kas ir šis cilvēks? – jautāja sardzes kapteinis.

– Tas ir Pitagors, – atbildēja puisēns un pacēla pret debesīm rādītājpirkstu.

– Kas ir Pitagors? Mūsu pilsētas kopienā nav cilvēka ar tādu vārdu.

– Mēs bijām spiesti slēpties. Sākumā Samosā, tad Krotonā. Mans kungs izgāja ārā tikai naktīs. Bet ienaidnieki tik un tā uzgāja mūsu pēdas. Viņi ilgi mūs izsekoja un panāca šeit, Metapontā.

– Cik viņu bija?

– Es nepaspēju saskaitīt. Viņi atsvieda mani sāņus un uzbruka manam kungam.

Sardzes kapteinis noslīga uz ceļiem un pielika ausi pie sirmgalvja krūtīm.

– Protams, – viņš teica, – sirds vairs nesitas. Pastāsti mums par savu kungu.

...Ļoti iespējams, tieši tā savu dzīvi beidza ievērojamais grieķu prātnieks. Tajā laikā viņam bija 80 gadu, bet aiz muguras vētraina dzīve, pilna ar briesmām un piedzīvojumiem.

Ko tad varēja pastāstīt kalps par savu kungu?

Eksistē interesanta Pitagora biogrāfija. Tiek uzskatīts, ka Pitagors dzimis uz ziedošās un bagātās Samosas salas 6. gs. sākumā p. m. ē. Viņš piedzima bagātā aristokrātu ģimenē. Līdzīgi kā daudzi viņa laikabiedri, Pitagors jaunībā daudz ceļojis, galvenokārt pa Tuvo Austrumu valstīm (Feniķija, Sīrija, Bābele). Stāsta, ka viņš esot pabijis arī Ēģiptē, kur viņu esot paņēmusi gūstā Persijas cara Kambiza armija, kura toreiz mēģināja iekarot Ēģipti.

Var noprast, ka tajā laikā Pitagors jau bija ieguvis izcila zinātnieka un brīnumdara slavu. Tāpēc, kad cars Kambizs uzzināja, kas tieši nonācis pie viņa gūstā, viņš atvainojies zinātniekam un ar godu viņu atlaidis.

Atgriezies dzimtajā Samosā, Pitagors sapulcināja ap sevi jauniešu grupu, kura sāka nodarboties ar zinātniskiem pētījumiem filozofijā un matemātikā. Pitagora skolai pēc austrumu puszinātnisko, pusreliģisko skolu parauga bija slepens raksturs. Lai iekļūtu skolā, bija jāiztur smagi pārbaudījumi. Minēsim dažus faktus, kas to apliecina.

Lai pieradinātu savus audzēkņus turēt noslēpumā visu, kas atklāts skolā, Pitagors licis tiem klusēt piecus gadus. Tikai pēc tam varēja sevi uzskatīt par Pitagora skolēnu. Tos, kuri neizturēja šo pārbaudījumu, sauca par akusmatiķiem. Viņiem bija tiesības tikai klausīties savu dievišķo (kā viņu sauca) skolotāju, taču viņi to neredzēja. Šim nolūkam telpa, kurā Pitagors mācīja, ar aizslietni tika sadalīta divās daļās. Vienā sēdēja Pitagora skolēni – viņi gan redzēja, gan dzirdēja savu skolotāju; otrajā bija akusmatiķi – viņi tikai dzirdēja Pitagoru, taču neredzēja to. Stāsta, ka starp Pitagora audzēkņiem bijušas arī divas sievietes. Tāpēc acīmredzot, runājot par sievietēm matemātiķēm, jāsāk tieši ar tām pitagorietēm, kuru vārdus diemžēl vēsture nav saglabājusi.

Kaut kas notika, kas tieši – mēs nezinām, taču Pitagora skola tika iznīcināta. Ļoti iespējams, ka tās pārstāvji neaprobežojās tikai ar zinātniskiem pētījumiem, bet mēģināja iejaukties arī valsts politiskajā dzīvē. Tas nepatika tirānam Polikratam, kurš tajā laikā valdīja valstī. Pitagoriešus sāka vajāt. Tas piespieda viņus bēgt no salas un meklēt patvērumu citur. Lielākā daļa pitagoriešu aizbēga uz tā saucamo Lielo Grieķiju – tā toreiz sauca Grieķijas austrumu piekrasti un mūsdienu Itālijas dienvidus. Pats Pitagors nonāca pilsētā Krotonā, pēc tam viņš bija spiests pārcelties uz Tarentu un tad uz Metapontu, kur viņš mira 80 vai pat 90 gadu vecumā (it kā nogalināts kādā naktī vienā no ielu sadursmēm).

Ko tad izdarīja pitagorieši?

Svarīgākais ir tas, ka pitagoriešiem matemātika kļuva par zinātni tādā nozīmē, kā mēs to saprotam šodien. Matemātikas pamatideja: tā darbojas ar abstraktiem skaitļiem un ģeometriskām figūrām, nevis ar skaitļiem, kas nosaka, piemēram, konkrētu šķidruma trauku tilpumu un konkrētu zemesgabalu laukumu, un ne ar figūrām, kuras ir kādas istabas durvis, upurtrauki templī utt. Pitagoriešiem matemātika kļuva par abstraktu zinātni atšķirībā no tā, kā tas bija ēģiptiešiem un bābeliešiem, pie kuriem Pitagors mācījās un kuru sasniegumus viņš pacēla kvalitatīvi jaunā līmenī.

Jāpievērš uzmanība tam, ka formai, kuru pitagorieši piešķīra saviem matemātikas rezultātiem, bija pusreliģisks, pusmistisks raksturs – tie bija sava veida mesli laikmetam, taču cauri tam visam vijās matemātikas zinātniskais raksturs, kurš ar laiku noveda pie tādu brīnišķīgu matemātisku zinātņu atklājuma kā skaitļu teorija, regulāru daudzskaldņu teorija, proporciju teorija u. c.

Lūk, tas bija tā.

Tāpat kā mūsdienās, pitagorieši visus skaitļus sadalīja pāra un nepāra skaitļos. Bet ar to viņi neaprobežojās. Nepāra skaitļus tie sauca par labajiem skaitļiem, pāra – par ļaunajiem. Vieninieku uzskatīja par labā un ļaunā sākuma nesēju. Kāpēc? Tāpēc, ka vieninieka pieskaitīšana labo skaitli padara par ļauno, bet ļauno – par labo.

Skaitli, kuru var izteikt kā divu citu skaitļu reizinājumu, sauca par plakanu vai taisnstūrveida. Skaitli, kuru var izteikt kā triju skaitļu reizinājumu, sauca par ķermenisku. Atbilstoši parādījās termini "kvadrāts" un "kubs". Atgādināsim, ka matemātika par pirmskaitli sauc skaitli, kas dalās tikai pats ar sevi un ar vieninieku. Jebkuru skaitli var izteikt kā pirmskaitļu reizinājumu. Šo pirmskaitļu reizinājumi veido tā saucamos skaitļa dalītājus. Piemēram, skaitlis 12 sadalās pirmskaitļos 2, 2, 3. Tā dalītāji, neskaitot vieninieku, ir 2, 3, 4 un 6. Skaitļus sauca par draudzīgiem, ja viena skaitļa dalītāju summa sakrīt ar otro skaitli. Tādi, piemēram, ir skaitļi 220 un 284.

Atzīmēsim, ka par skaitļa dalītāju nav jāņem pats skaitlis, taču jāņem vieninieks:

$$284 = 1+2+4+5+10+11+20+22+44+55+110$$

(no labās puses ir skaitļa 220 dalītāji),

$$220 = 1+2+4+71+142$$

(no labās puses ir skaitļa 284 dalītāji).

Par pilnīgiem skaitļiem sauca skaitļus, kuri ir vienādi ar savu dalītāju summu (no dalītāju saraksta izslēdzot pašu skaitli). Tādi, piemēram, ir skaitļi:

$$6 = 1+2+3\,, \qquad 28 = 1+2+4+7+14\,.$$

Piezīmēsim, ka mūsdienās tiek veikti pētījumi par pilnīgo skaitļu sadalījumu. Tiek pētīts, cik pilnīgo skaitļu atrodas starp skaitļiem π un 2π. Piebildīsim, ka atrast atbildes uz šādiem jautājumiem ir ļoti grūti un šādu problēmu risinājumus augsti vērtē matemātikas biedrības.

4. att. Gnomons.

Senajā Grieķijā laiku noteica, izmantojot tā saucamo "gnomonu"[2] (4. att.). Tā sauca ierīci, kura nedaudz līdzinājās slāvu burtam Γ To novietoja atklātā laukumā tā, ka tās ēna krita uz iezīmētu apli ar iedaļām. Blakus šīm iedaļām rakstīja skaitļus. Tās arī bija stundas un minūtes. Saulaino dienu bija daudz, tāpēc gnomons parasti strādāja bez traucējumiem.

Pitagorieši par gnomoniem sauca nepāra skaitļus; viņi noteica arī, ka nepāra skaitļu (gnomonu) summa ir skaitļa kvadrāts. Tiešām, pēc kārtas pierakstītu nepāra skaitļu summa ir vienāda ar šo skaitļu skaita kvadrātu:

$$1 = 1^2, \qquad 1+3 = 4 = 2^2, \qquad 1+3+5 = 9 = 3^2,$$

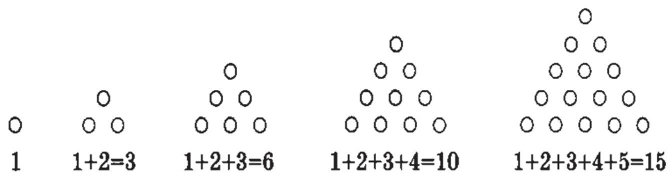
$$1+3+5+7 = 16 = 4^2,$$

[2] http://www.ancientpages.com/2016/11/03/gnomon-ancient-time-measuring-instrument-used-by-babylonians-egyptians-and-chinese/

$$1+3+5+7+9=25=5^2 \text{ utt.}$$

Lielu vērību pitagorieši pievērsa arī skaitļiem, kurus tie sauca par trīsstūrveida skaitļiem: 1, 3, 6, 10, 15, 21,… . Nosaukums "trīsstūrveida skaitļi" radies no tā, ka, iztēlojoties vieninieku kā bumbiņu un saliekot attiecīgo skaitu vieninieku (bumbiņu) trīsstūros, kā to dara biljarda spēles sākumā, vajadzīgs tieši tāds skaits bumbiņu kā iepriekš minētie skaitļi. (5. att.)[3].

Atbilstoši, ja pēc kārtas saskaita trīsstūrveida skaitļus, iegūst skaitļus, kurus pitagorieši sauca par piramīdveida skaitļiem. Tiešām, ja ņem trīsstūri no, piemēram, 10 bumbiņām, tad tam virsū var uzlikt trīsstūri no 6 bumbiņām, savukārt tam virsū – trīsstūri no 3 bumbiņām, un visbeidzot pašā augšā – 1 bumbiņu. Iznāk piramīda.



5. att. Trīsstūrveida skaitļu attēlojums.

Ārpus pitagoriešu uzmanības nepalika arī tā saucamo proporciju īpašības. Tika aplūkotas triju veidu proporcijas: aritmētiskā, ģeometriskā un harmoniskā. Uzskatīja, ka trīs skaitļi a, b, c veido nepārtrauktu aritmētisko proporciju, ja $a-b=b-c$. Šajā gadījumā $b=a+c\,/\,2$ sauc par skaitļu a un c vidējo aritmētisko. Uzskatīja, ka trīs skaitļi a, b, c veido nepārtrauktu ģeometrisko proporciju, ja $a{:}b=b{:}c$. Tādā gadījumā $b=\sqrt{ac}$ sauc par skaitļu a un c vidējo ģeometrisko. Šīs proporcijas bija zināmas jau pirms pitagoriešiem. Kas attiecas uz trešā veida proporciju, tā saucamo harmonisko proporciju, to atklāja un pamatīgi izpētīja tieši pitagorieši. Šī proporcija ir: trīs skaitļi a, b, c veido harmonisko proporciju, ja $a{:}c=(a-b){:}(b-c)$. Šajā gadījumā b sauc par skaitļu a un c vidējo harmonisko un nosaka pēc formulas $b=\dfrac{2ac}{a+c}$.

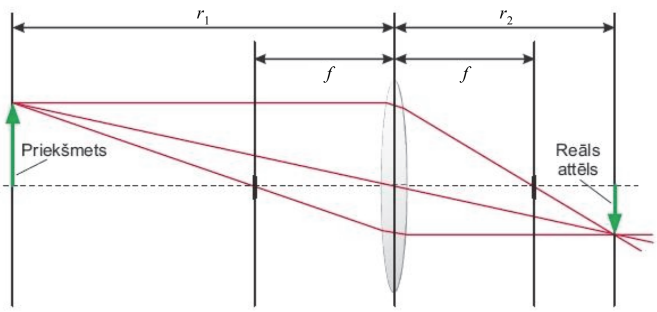
Harmoniskās proporcijas atklājums ir ļoti nozīmīgs pitagoriešu atklājums, jo šādas proporcijas dzīvē sastopamas ik uz soļa un tām ir tikpat liela loma kā tā saucamajam "zelta šķēlumam" $\dfrac{a}{b}=\dfrac{b}{a+b}$ vai harmonisko punktu četriniekam.

Piemērs. Aplūkosim labi zināmo izliektas lēcas formulu:

$$\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}=\frac{1}{f} \quad\rightarrow\quad \frac{1}{r_1}-\frac{1}{2f}=\frac{1}{2f}-\frac{1}{r_2}\,.$$

Šajā formulā skaitļi r_1, $2f$, r_2 veido nepārtrauktu harmonisko proporciju. Šeit r_1 ir attālums no priekšmeta līdz lēcai, r_2 – attālums no lēcas līdz attēlam, $2f$ – divkāršais fokusa attālums (skat. 6. att.)[4]. Savukārt harmonisko punktu četriniekiem ir liela nozīme tādā zinātnē kā projektējošā ģeometrija. Tagad to māca daudzās augstākajās mācību iestādēs – universitātēs, pedagoģiskajās augstskolās, inženierbūvju augstskolās utt.

Harmoniskās proporcijas mēdz saukt arī par muzikālajām, jo tās ir cieši saistītas ar muzikālajiem akordiem. Pitagors nejauši atklāja, ka gadījumā, kad divu vienādi nostieptu stīgu garumu attiecība ir vienāda ar veselu skaitļu attiecību, turklāt tieši ar pirmo naturālo skaitļu attiecību, tad tādas stīgas, skanot vienlaicīgi, rada akordu. Tāda pati sakarība veidojas, ja vienlaicīgi skan trīs stīgas. Piemēram, oktāva atbilst attiecībai 2:1, kvinta – 3:2 (do + sol), kvarta – 4:3 (do + fa), lielā terce – 5:4 (do + mi), mazā terce – 6:5 (do + mi bemols).



6. att. Lēcas darbības princips.

Ņemsim, piemēram, triju skaņu akordu: do + mi bemols + sol. Ja skaņas "do" svārstību skaitu sekundes laikā uzskata par vieninieku, tad skaņas "mi bemols" svārstību skaits ir 6:5, bet skaņas "sol" svārstību skaits – 3:2 (pamattonis + mazā terce + kvinta).

Viegli saprast, ka skaitlis 6:5 (akorda vidējā skaņa) ir ārējo skaņu 1 (pamattonis) un 3:2 (kvinta) vidējais harmoniskais:

$$6:5=\frac{2\cdot 1\cdot \dfrac{3}{2}}{1+\dfrac{3}{2}}\,.$$

Skaņa "mi" maz atšķiras no skaņas "mi bemols", tāpēc arī akords "do + mi + sol" cilvēka ausij ir viegli uztverams un ir viens no pamatakordiem do mažora gammā. Tiesa gan, uz klavierēm norādīto skaņu frekvenču attiecība nav tik tīra un precīza, kā mēs to nosaucām, jo klavieru noskaņošana ir sarežģīta, taču cilvēka dzirde to praktiski neuztver. Tīros akordus var iegūt, piemēram, uz vijoles, kur ir iespēja iegūt skaņas ar jebkuru svārstību frekvenci (protams, noteiktās robežās).

Pitagorieši pievērsa lielu uzmanību dažāda veida sakarībām starp skaitļiem un apkārtējās realitātes parādībām. Piemēram, viņi uzskatīja, ka Saule kopā ar citām planētām riņķo pa sfērām apkārt kādai centrālai ugunij, turklāt sfēru rādiusi attiecas viens pret otru tāpat kā veselie skaitļi. Riņķojot planētas it kā izdod skaņas, no kurām veidojas akordi, un rodas tāda kā vispasaules sfēru harmonija.

Tajā pašā laikā pitagorieši uzskatīja, ka jebkuri lielumi (garumi, laukumi, tilpumi u. c.) attiecas viens pret otru kā veselie skaitļi. Tāpēc liels bija viņu izbrīns, kad tie nejauši atklāja, ka kvadrāta malas garuma attiecība pret tā diagonāli nav veselo skaitļu attiecība. Tagad viegli pierādīt, ka gadījumā, kad kvadrāta malas garums ir, piemēram, 1, tā

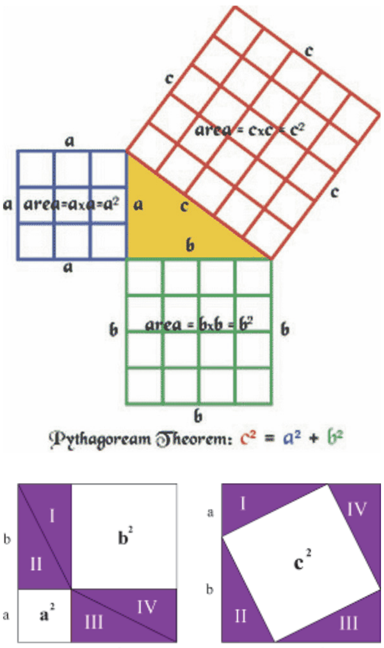
[3] http://900igr.net/fotografii/algebra/Kombinatorika-i-teorija-verojatnosti/008-Treugolnye-chisla.html

[4] http://macibas.e-skola.lv/mod/book/tool/print/index.php?id=203

diagonāle ir vienāda ar $\sqrt{2}$, kas ir iracionāls skaitlis. Pitagorieši nenonāca līdz iracionālu skaitļu jēdzienam. Tādi skaitļi vienkārši nevar būt! Kā tad izkļūt no šāda nepatīkama stāvokļa? Atbilde ir: "Paturēt to noslēpumā." Un glabāt noslēpumus tie mācēja – lai kļūtu par pitagoriešiem, viņi taču klusēja piecus gadus! Sanāk, ka eksistē ne tikai veselo, bet arī citu skaitļu attiecības. Taču – slēp vai neslēp, ilgi šo atklājumu nenoslēpsi. Pagāja kāds laiks, un iracionāla skaitļa noslēpumu uzzināja cilvēki, kuri nebija Pitagora skolnieki. Runā, ka šo noslēpumu izpļāpājis viens no Pitagora skolniekiem – Metapontas Gipass. Atradās taču neškīstenis, kurš pārkāpa noslēpuma zvērestu! Ko ar viņu darīt? Pitagorieši lūdza palīdzību dieviem. Tajā laikā, kad Gipasa kuģi, pilni ar dārgām precēm (visi pitagorieši bija turīgi ļaudis), atgriezās dzimtajā ostā, jūras dievs Poseidons uzsūtīja briesmīgu vētru, kas noslīcināja kuģus un kopā ar tiem – arī to īpašnieku.

Ko tad pitagorieši izdarīja ģeometrijas jomā? Acīmredzot pirmais, kas nāk prātā, ir slavenā teorēma, ko sauc par Pitagora teorēmu. Teorēmu gan sauc Pitagora vārdā, taču ir zināms, ka teorēmā noformulēto faktu bābelieši zinājuši jau tūkstoš gadu pirms Pitagora. Bābelē prata viegli rēķināt uzdevumus, kuros bija jāatrod taisnstūra diagonāle. Iespējams, ka Pitagors pierādīja šo teorēmu, taču mēs nezinām, kurš no vairākiem teorēmas pierādījumiem ir viņa darbs. Sakarā ar teorēmas pierādīšanu Pitagors it kā esot upurējis dieviem – vienlaicīgi tikuši nogalināti simts vērši (upuri sauca par hekatombu).

Eksistē daudzi Pitagora teorēmas pierādījumi (divi populārākie redzami 7. att.)[5]. Dažādu tautu pārstāvji dažādos laikos atraduši atšķirīgus pierādījumus. Viens no tiem ir aprakstīts Eiklīda darbā "Sākums". Vairākus pierādījumus viduslaikos atraduši indieši, turklāt pierādījumiem doti romantiski nosaukumi. Piemēram, viens no pierādījumiem saucas "līgavas krēsls". Šeit gan uz katetēm uzbūvētie kvadrāti, gan uz hipotenūzas būvētais kvadrāts izkrāsoti tā, ka tie tiešām atgādina krāšņu līgavu krēslā.

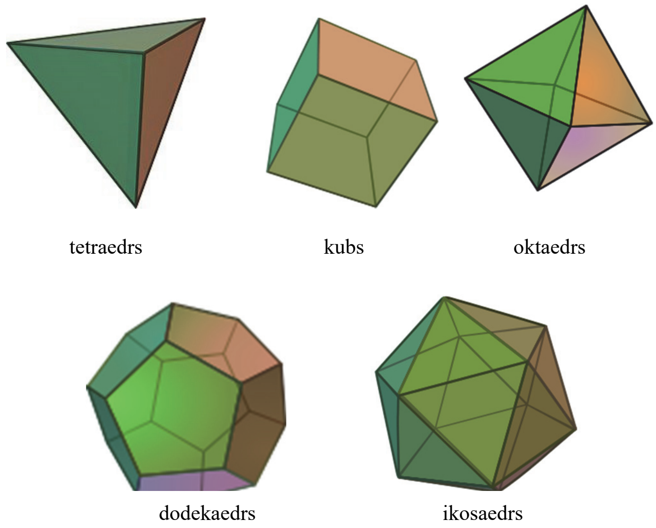


7. att. Ilustrācijas Pitagora teorēmas pierādījumam.

Ir vēl viens ievērojams atklājums, ko pitagorieši veica ģeometrijā. Viņi atklāja regulārus daudzskaldņus. Mēs zinām, ka Eiklīda telpā eksistē tikai pieci tādi daudzskaldņi. Tie ir: tetraedrs (četrskaldnis), kubs (sešskaldnis), oktaedrs (astoņskaldnis), dodekaedrs (divpadsmitskaldnis) un ikosaedrs (divdesmitskaldnis) (8. att.)[6]. Pirmie trīs tika atklāti jau agrāk, pēdējie divi ir pašu pitagoriešu atklājums.

Senajos laikos (arī mūsdienās) regulārajiem daudzskaldņiem piešķīra lielu uzmanību. Pitagorieši, piemēram, dodekaedra atklājumu uzskatīja par vienu no saviem svarīgākajiem atklājumiem. Uzskatīja, ka katram regulāram daudzskaldnim atbilst kāda no stihijām, no kurām sastāv pasaule: kubs – zemes stihija; tetraedrs – uguns stihija; ikosaedrs – gaisa stihija; oktaedrs – ūdens stihija. Kas attiecas uz dodekaedru, tad to uzskatīja par tik svarīgu figūru, ka tā bija stihiju stihija. Vēlāk latīņu valodā to nosauca par kvintesenci. Šī vārda tiešais tulkojums ir "piektā stihija".

Uzskata, ka visas senās matemātikas centrālais darbs – Eiklīda "Sākums" – tika uzrakstīts tieši tādēļ, lai pamatotu regulāru daudzskaldņu konstruēšanas teoriju.



8. att. Regulārie daudzskaldņi.

Tātad pitagoriešus intereseja pietiekami daudzveidīgi jautājumi. Raugoties no mūsdienu viedokļa, viņi nepierādīja nevienu sarežģītu teorēmu, tāpat kā neuzbūvēja nekādu īpašu teoriju. Vēl jo vairāk, daudz kas no viņu atklājumiem bija naivs, viņu pētījumi savijās ar reliģioziem aizspriedumiem utt. Taču nedrīkst aizmirst, ka viņi bija pirmie vai gandrīz pirmie. Viņi nostiprināja matemātiskā pierādījuma ideju (daži pat uzskata, ka tieši Pitagors bija šīs idejas pamatlicējs). Viņi nonāca pie iracionālu skaitļu jēdziena, bez kuriem mūsdienu matemātika nav iedomājama. Viņi lika pamatus regulāro daudzskaldņu teorijai (nākamajos gadsimtos pitagoriešu pētījumiem pievienojās arī citi). Bet kādi neregulārie daudzskaldņi eksistē? Cik tādu ir? Un kas notiek četru, piecu utt. dimensiju telpās? Utt., u. t. jpr.

Stāstu par Pitagoru pabeigsim ar viņa filozofijas pamatu:

"Visus cilvēkus var iedalīt trijās grupās, tāpat kā visus cilvēkus, kas apmeklē Olimpiskās spēles, var iedalīt trijās grupās. Zemākā sastāv no tiem, kas nāk pirkt un pārdot. Nākamie ir tie, kas sacenšas. Taču visaugstākie ir tie, kas nāk skatīties. Cilvēkus attiecīgi var iedalīt tajos, kam svarīga manta, tajos, kam svarīgs gods, un tajos, kam svarīga gudrība.

[5] http://www.myastrologybook.com/Pythagoras-proof-Pythagorean-Theorem.htm, http://faculty.smcm.edu/sgoldstine/pythagoras.html

[6] https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Platonic_solids.jpg

Tātad visaugstākā apskaidrība ir zinātne bez interesēm un cilvēks, kas sevi tai ziedo, patiesais filozofs, kas sevi veiksmīgi atbrīvojis no "dzimšanas apļa".

IV. ARHIMĒDS

Iepazīsimies ar vēl vienu slavenu senās pasaules ģeometru – Sirakūzu Arhimēdu (9. att.)[7].

Ja Eiklīda persona zūd viņa galvenā darba "Sākums" fonā, tad Arhimēda persona saskatāma daudz labāk.

Senai Romai bija smagi un nogurdinoši kari ar pilsētvalsti Kartāgu, kas atradās Vidusjūras Āfrikas piekrastē. Pavisam tādu karu bija trīs. Vēsturē tie pazīstami ar nosaukumu "pūniešu kari" (romieši Kartāgas iedzīvotājus sauca par pūniešiem).

Otrā Pūniešu kara (218.–201. g. p. m. ē.) beigās tika sakauts slavenais kartāgiešu karavadonis Hanibals, kas bija romiešu bieds.

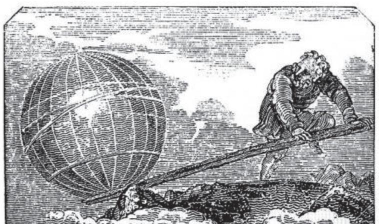
9. att. Arhimēds.

Šajā laikā grieķu pilsēta Sirakūzas, kas atradās Sicīlijas dienvidu krastā, bija Kartāgas sabiedrotā, tāpēc tā regulāri tika pakļauta romiešu flotes uzbrukumiem. Romiešu armiju vadīja Marcels.

Ilgu laiku pilsētu uzskatīja par neieņemamu. Sirakūzas iedzīvotāji to varonīgi aizstāvēja, un nebūt ne maznozīmīgu lomu tajā spēlēja izcilais zinātnieks – matemātiķis, mehāniķis, filozofs – Arhimēds.

Viņš piedzima 287. gadā p. m. ē., bija astronoma Feidija dēls, no sava tēva ieguva lielisku izglītību, daudz ceļoja. Būdams Ēģiptē, satuvinājās ar tā laika pazīstamiem matemātiķiem – Erastostenu, Kononu, Dosifeju. Savu izglītību turpināja Eiklīda Aleksandrijas skolā.

Visu savu dzīvi Arhimēds veltīja zinātnei un savas dzimtās pilsētas aizstāvēšanai. Būdams pilsētas goda loceklis, viņš bija draugos ar caru Hieronu un tā dēlu Helonu. 212. gadā p. m. ē. – laikā, kad Marcels iekaroja Sirakūzas – Arhimēds gāja bojā.



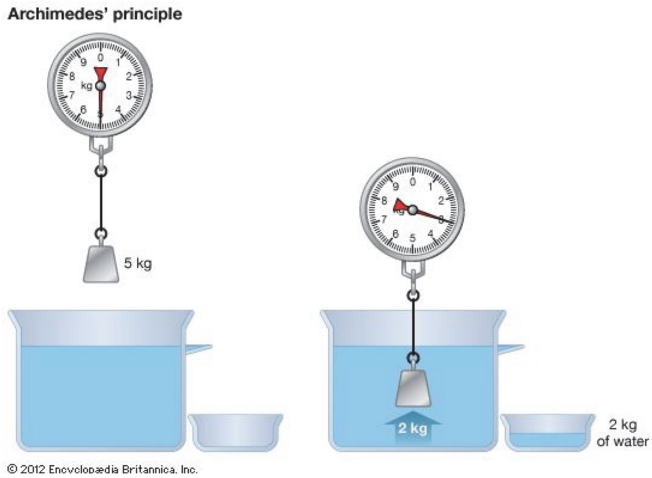
10. att. Sviras likuma darbība.

Viņš atklāja sviras likumu, izgudroja bloku sistēmu, kā arī skrūves un poliplastus lielu smagumu pacelšanai, kas deva iespēju bez lielām pūlēm pacelt uz augšu aiz "deguna" (10. att.)[8] ienaidnieku kuģus, nokratīt nost to klāja tur esošos un noslīcināt tos. Viņš būvēja kara metējmašīnas, kuras spēja lielos attālumos izsviest milzīgus akmeņus. Šīs mašīnas apšāva ienaidnieku galeras un slīcināja tās. Vēsture stāsta, ka Arhimēds no karavīru zelta vairogiem uzkonstruējis parabolisku spoguli, ar tā palīdzību savācis Saules starus vienā kūlī un sadedzinājis ienaidnieka floti.

Arhimēds uzbūvēja planetāriju, kuru vēlāk redzēja un aprakstīja romiešu orators Cicerons. Arī prāta uzdevumus lielākoties izgudrojis Arhimēds.

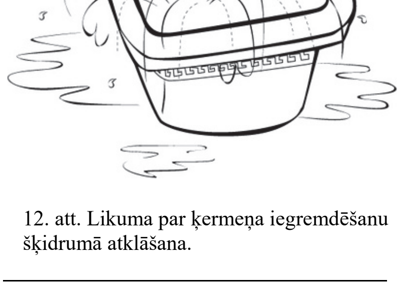
Arhimēds bija ne tikai viens no pirmajiem matemātiķiem, bet arī slavens senās pasaules tehniķis.

Viņš atklāja ne tikai sviras likumu, bet arī pamatoja teoriju par šķidrumu līdzsvaru (11. att.).



11. att. Ilustrācija teorijai par šķidrumu līdzsvaru.

Pateicoties Arhimēdam, helēnistiskā pasaule gatavojās pārejai no matemātikas uz fiziku un no fizikas uz tehniku. Taču romiešu valdības gudrības trūkums kavēja šī nodoma īstenošanu. Arhimēds guva izcilus panākumus kara tehnikas jomā, un tas radīja romiešos paniku. Viņa katapultas varēja regulēt šāviena attālumu. Ar to palīdzību bija iespējams uzbrukt ienaidnieka flotei, neizejot ārpus pilsētas sienām. Stāsta, ka sakarā ar savu sviru teoriju Arhimēds esot teicis: "Dodiet man atbalsta punktu, un es apgāzīšu zemeslodi." Līdz mūsdienām saglabājušies šādi Arhimēda darbi (daži gan tikai daļēji): par statiku, par parabolas kvadratūru, par paraboliska segmenta smaguma centru, "Efodika" jeb mācība par metodi, par lodi un cilindru, par spirāli, par rotācijas ķermeņiem, par peldošiem priekšmetiem, par riņķa līnijas mērīšanu, par smilšu graudu skaitīšanu.



12. att. Likuma par ķermeņa iegremdēšanu šķidrumā atklāšana.

Leģenda vēsta par kuriozu epizodi no Arhimēda dzīves, kad viņš atklāja likumu par ķermeņa iegremdēšanu šķidrumā (12. att.)[9]

Saskaņā ar šo leģendu, atklājot savu slaveno likumu,

[7] https://www.math.nyu.edu/~crorres/Archimedes/Pictures/ArchimedesPictures.html

[8] The engraving is from *Mechanic's Magazine* (cover of bound Volume II, Knight & Lacey, London, 1824)

[9] https://couldhavebeenacoconuttree.files.wordpress.com/2011/05/archimedes_bath.jpg

zinātnieks esot aizrāvies tik lielā mērā, ka uztraukumā izlēcis no vannas, kurā mazgājies, un, nemaz neņemot vērā savu nepievilcīgo ārieni, ar kliedzienu "Eurika!" cauri visai pilsētai meties pie cara Hierona, lai pavēstītu tam par savu atklājumu.

Savas dzimtās pilsētas aizstāvēšanā, iespējams, Arhimēdam arī bijusi visaktīvākā loma. Tikai pateicoties viņa ģenialitātei, pilsēta tik ilgi varēja pretoties romiešu karavīriem.

Kādā triecienuzbrukumā, kurš tomēr beidzās ar pilsētas ieņemšanu, Arhimēdu nogalināja. Romieši ilgu laiku nevarēja noticēt, ka viens cilvēks tik ilgā laika posmā varējis pretoties daudzu tūkstošu apbruņotu vīru apvienotiem spēkiem.

Lūk, ko par Arhimēda bojāeju stāsta izcilais grieķu vēsturnieks Plūtarhs, kurš dzīvoja 400 gadus pēc Arhimēda [4]:

"Visvairāk Marcelu apbēdināja Arhimēda nāve. Triecienuzbrukuma laikā Arhimēds, iegrimis domās, sēdēja pie kādas ģeometriskās figūras, kuru viņš uzmanīgi aplūkoja. Viņš bija tik ļoti aizrāvies, ka pat nepamanīja, ka romieši ieņēma pilsētu. Piepeši viņa priekšā parādījās zaldāts un pieprasīja, lai Arhimēds dodas viņam līdzi pie Marcela. Taču Arhimēds piekrita to darīt tikai pēc tam, kad būs atrisinājis uzdevumu un pabeidzis pierādījumu. Sadusmojies zaldāts izrāva zobenu un caurdūra ar to Arhimēdu".

Sekojot Eidoksam un Eiklīdam (12. grāmata), Arhimēds atklāja telpisku ķermeņu tilpumu un smaguma centru aprēķināšanas veidus, kas, iespējams, ir viņa lielākais sasniegums. Tas savukārt vēlāk Ņūtonam (1642.–1727. g.) un Leibnicam (1646.–1716. g.) deva iespēju radīt diferenciālrēķinu un integrālrēķinu teoriju. Turklāt jāņem vērā, ka Arhimēds katru integrāli aprēķināja atsevišķi, bet Ņūtonam un Leibnicam bija zināma teorēma par sakarību starp diferencēšanu un integrēšanu.

LITERATŪRAS SARAKSTS

[1] D. Armand, *Kak izmerili Zemlju*, (in Russian). L., Detgiz, 1941.
[2] I. Ja. Depman, *Rozpovidi pro matematiku*, (in Ukrainian). K., Radjans'ka shkola, 1957.
[3] N. I. Kovantsov, *Matematika i romantika*, (in Russian). K. Vishha shkola, 1980.
[4] L. V. Kovantsova and A. N. Kovantsov, *Zanimatel'naja istorija matematiki*, (in Russian). K., DIJa, 2000.

Aleksandrs Kovancovs was born in Kazakhstan. He received the Diploma in Mathematics from the Kiev State University in 1971, and the Doctoral Degree in Mathematics in 1992. Since 2000, he is an Assistant Professor at Riga Technical University, Department of Engineering Mathematics, Faculty of Computer Science and Information Technology.
His research interests include math history, Geometry of the decision of systems of ordinary differential equations and Elementary Geometry application for design of different functions.
E-mail: akovancova@baltinet.lv

Inta Volodko was born in Kraslava, Latvia. She received the Diploma in Mathematics from the University of Latvia in 1988, and the Doctoral Degree in Mathematics in 1995. Since 1988, she works for Riga Technical University.
She is now a Professor at Riga Technical University, Department of Engineering Mathematics, Faculty of Computer Science and Information Technology and a Head of Department.
Her research interests include issues of mathematical pedagogy, math history and mathematical modelling of non-destructive testing.
E-mail: inta.volodko@rtu.lv

From Pythagoras to Archimedes

Aleksandrs Kovancovs[1], Inta Volodko[2]
[1, 2] ***Riga Technical University, Latvia***

In the history of mathematics, there are a lot of famous names, and much can be said about them. This paper is dedicated to some outstanding Ancient Greek mathematicians: Thales of Miletus, Pythagoras and Archimedes. Thales of Miletus can be considered the father of today's mathematics. His main achievement in mathematics was his idea about mathematical proof. Today, mathematics is not imaginable without proofs.

Today's mathematics has undoubtedly taken a lot from Pythagoras of Samos Island. There are many interesting facts in the biography of Pythagoras. Pythagoras gathered around himself a group of young people, who started doing scientific research in philosophy and mathematics. This group was later named the School of Pythagoras. Under Pythagoras leadership, mathematics became the science in the meaning we understand it today, that is, mathematics started working with abstract numbers and geometrical figures. Here are some of Pythagorean achievements: they strengthened the idea of mathematical proof; they researched relationships between numbers and came to the concept of irrational numbers, without which today's mathematics is impossible; established the base for the regular polygon theory.

Archimedes of Syracuse is another great mathematician of the ancient world. Archimedes devoted all his life to science and protecting his home town from attacks of the Roman fleet. Thanks to Archimedes, Syracuse was considered an inaccessible city for a long time. Archimedes discovered the lever law, invented the block system, screws and polyplastics to lift great weigh. He built war throwing machines that were able to throw huge stones to a great distance. Archimedes was not only a great mathematician, but also the greatest technician of the ancient world, under the leadership of whom a small group of people in a long period of time could resist the power of thousands of armed men.

Keywords – **Archimedes, Mathematical history, Pythagoras, Thales.**